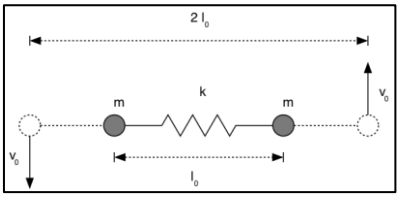
Mecânica Geral - Aula de Exercícios (16/05)



1) Duas partículas de massa m estão presas às extremidades de uma mola de massa desprezível, constante k e comprimento relaxado l_0. A mola é esticada até o dobro desse comprimento, e solta depois de se comunicar velocidades iguais e opostas às partículas (ver figura), de forma que $kl_o^2 = 6\,mv_0^2$. Calcule as velocidades (componente angular e radial) das partículas no instante em que a mola volta a passar pelo seu comprimento relaxado. (Dica: Cada lei de conservação – energia, momento e momento angular – fornece informação sobre a resposta. Em especial, atente ao caráter **vetorial** das duas últimas).

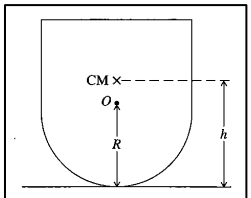


Figure 4.25 Problem 4.30

2) Considere o brinquedo da figura (um "João bobo"), que consiste em um cilindro montado sobre um hemisfério. O hemisfério possui raio R, e o CM do objeto está a uma altura h do chão. Considere que θ é o ângulo que o eixo do brinquedo fazer com a vertical. Qual a condição entre R e h para que $\theta = 0$ seja um ponto de equilíbrio estável?

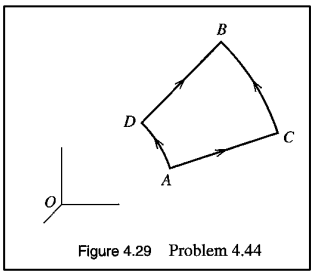


Figure 4.29 Problem 4.44

3) Mostre que:

a) Uma força central e com simetria esférica ($\vec{F} = f(r)\,\hat{r}$) é automaticamente conservativa.

Dica: Encontre o trabalho realizado pela força nas trajetórias ACB e ADB, na figura ao lado. Eles são iguais? Isso é suficiente para provar que a força é conservativa?

b) Uma força central e conservativa automaticamente possui simetria esférica.

Dica: Tente usar uma versão infinitesimal apropriada da trajetória ao lado (em que $r_B - r_A = dr$)

4) A energia potencial entre dois átomos em uma molécula pode, em alguns casos, ser aproximada por

$$U(r) = A\left[\left(e^{\frac{R-r}{S}} - 1\right)^2 - 1\right],$$

em que r é a distância entre os átomos e A, R e S são constantes positivas, com $S \ll R$. Encontre o ponto de equilibrio r_0 desse potencial, e expanda em torno desse ponto para obter

$$U(r) \approx const\ + \frac{1}{2}k(r - r_0)^2,$$

ou seja, a Lei de Hooke é uma boa aproximação para pequenos desvios do ponto do equilibrio. Quem é a constante k?

5) Considere um pêndulo de massa m e comprimento l, imerso em óleo e no regime de pequenas oscilações. O óleo exerce uma força resistiva sobre o pêndulo, proporcional à velocidade, dada por $F_{Res} = 2m\sqrt{g/l}\,(l\dot{\theta})$. Considerando que o pêndulo parte de $\theta = \theta_0$ e $\dot{\theta} = 0$ em $t = 0$, encontre θ e $\dot{\theta}$ como funções do tempo. Qual o tipo de amortecimento sofrido pelo pêndulo?

6) Considere um oscilador com constante de amortecimento β, frequência natural ω_0 e sujeito a uma força $F(t) = m\,f_0\cos(\omega t)$. (a) No regime estacionário, encontre a taxa $P(t)$ com que a força $F(t)$ realiza trabalho, e mostre que a média $\langle P\rangle$ sobre um número inteiro de oscilações é igual a $m\beta\omega^2A^2$. (b) Verifique que este valor é igual à taxa média com que o sistema perde energia para a força de amortecimento. (c) Mostre que, variando ω, o valor máximo de $\langle P\rangle$ ocorre exatamente em $\omega = \omega_0$.